

JACIR J. VENTURI

álgebra vetorial  
e  
geometria analítica

9ª edição  
(atualizada)

*Este livro se encontra integralmente no site:  
[www.geometriaanalitica.com.br](http://www.geometriaanalitica.com.br)  
com acesso gratuito.*

*[jacirventuri@geometriaanalitica.com.br](mailto:jacirventuri@geometriaanalitica.com.br)*

© *Copyright* by Jacir J. Venturi

FICHA CATALOGRÁFICA  
Catalogação na fonte: Biblioteca Central UFPR

VENTURI, Jacir J., 1949 -  
Álgebra Vetorial e Geometria Analítica / Jacir J. Venturi  
- 9.<sup>a</sup> ed. - Curitiba  
242 p.: il.  
Inclui Bibliografia.  
ISBN 85.85132-48-5

1. Álgebra Vetorial.  
I. Título.

2. Geometria Analítica.  
CDD 512.5

CDU 514.124

ISBN 85-85 132-48-5  
REF. 072

Composição/Desenhos: Herica Yamamoto  
Capa/Projeto Gráfico: Beatriz Susana  
Impressão e Acabamento: Artes Gráficas e Editora Unificado  
grafica@unificado.com

**Dedico às pessoas  
que procuram  
o melhor no outro  
e ao outro  
também oferecem  
o melhor de si.**

**Jacir J. Venturi**



# Índice

## CAPÍTULO 1

### NOÇÕES PRELIMINARES

01. Elementos primitivos .....	20
02. Ponto e reta impróprios .....	20

## CAPÍTULO 2

### RELAÇÕES SEGMENTÁRIAS NO ESPAÇO UNIDIMENSIONAL

01. Reta orientada .....	25
02. Medida algébrica de um segmento .....	25
03. Razão simples de três pontos .....	26
04. Divisão áurea .....	27
05. Abscissas na reta .....	29
06. Distância entre dois pontos .....	29
07. Razão simples de três pontos .....	30

## CAPÍTULO 3

### SISTEMAS DE COORDENADAS NO ESPAÇO BIDIMENSIONAL

01. Sistema cartesiano ortogonal .....	35
02. Sistema cartesiano oblíquo .....	36
03. Pares ordenados: operações e igualdade .....	36
04. Distância entre dois pontos .....	37
05. Ponto que divide um segmento numa razão dada .....	39
06. Baricentro de um triângulo .....	39
07. Sistema polar .....	41
08. Passagem do sistema polar para o sistema cartesiano ortogonal .....	44

## CAPÍTULO 4

### SISTEMAS DE COORDENADAS NO ESPAÇO TRIDIMENSIONAL

01. Sistema cartesiano ortogonal .....	51
02. Distância entre dois pontos .....	52
03. Ponto que divide um segmento numa razão dada .....	53
04. Baricentro do triângulo .....	53
05. Sistema cilíndrico .....	57
06. Sistema esférico .....	60

## CAPÍTULO 5

### VETORES

01. Sinopse histórica .....	64
02. Grandezas escalares e vetoriais .....	64
03. Definições, etimologia e notações .....	64
04. Paralelismo de vetores .....	67
05. Multiplicação de um vetor por um escalar .....	68
06. Coplanaridade de vetores .....	70
07. Adição de vetores .....	70
08. Subtração de vetores .....	72
09. Combinação linear de vetores .....	77
10. Expressão cartesiana de um vetor .....	77
11. Condição de paralelismo de dois vetores .....	79
12. Condição de coplanaridade de vetores .....	84
13. Combinação linear de quatro vetores .....	87
14. Ângulo de dois vetores .....	89
15. Multiplicação interna ou escalar .....	90
16. Expressão cartesiana do produto escalar .....	97
17. Multiplicação vetorial ou externa .....	104
18. Área de um paralelogramo e de um triângulo .....	111
19. Multiplicação mista .....	115
20. Duplamultiplicação vetorial .....	121

## CAPÍTULO 6

### VETORES: APLICAÇÕES GEOMÉTRICAS CLÁSSICAS

01. Projeção de um vetor sobre um outro vetor .....	128
02. Projeção de um ponto sobre um plano .....	132
03. Distância de ponto a plano .....	135
04. Distância de um ponto a reta .....	137
05. Distância entre duas retas .....	139
06. Área de um triângulo .....	142
07. Área da projeção ortogonal de um triângulo sobre um plano .....	144
08. Área da projeção não ortogonal de um triângulo sobre um plano .....	145
09. Co-senos diretores de um vetor .....	148

## CAPÍTULO 7

### O PLANO NO $E^3$

01. Equação do plano .....	157
02. Pertinência de ponto a plano .....	160

03. Interseção de um plano com os eixos coordenados .....	160
04. Equação segmentária do plano .....	162
05. Equação do plano que passa por um ponto e ortogonal a um vetor .....	164
06. Casos particulares da equação geral do plano .....	166
07. Paralelismo e ortogonalidade de dois planos .....	171
08. Equação do feixe de dois planos .....	176
09. Distância de um $P_0$ a um plano .....	179
10. Equação dos planos bissetores .....	182
11. Ângulo de dois planos .....	183

## CAPÍTULO 8

### ARETANO E<sup>3</sup>

01. Equações da reta .....	187
02. Posições relativas de duas retas .....	198
03. Condições de paralelismo e ortogonalidade de duas retas .....	199
04. Condição de coplanaridade de duas retas .....	202
05. Interseção de reta e plano .....	205
06. Interseção de duas retas .....	206
07. Condições de paralelismo e ortogonalidade de reta e plano .....	210
08. Distância de um ponto a uma reta .....	216
09. Distância entre duas retas reversas .....	218
10. Ângulo de duas retas .....	220
11. Ângulo de uma reta com um plano .....	221

APÊNDICE - RECREANDO .....	224
----------------------------	-----





## P R E F Á C I O

O presente trabalho foi escrito tendo como norte uma premissa básica: que fosse acessível ao aluno do 1.º ano da faculdade e para tanto sua linguagem teria que ser tão clara e didática quanto possível. Por vezes, preferiu-se a apresentação intuitiva aos refinamentos teóricos.

Contém 421 exercícios (com seus subitens) em ordem crescente de dificuldade. Para uma boa assimilação do texto, resolveremos diversos exercícios em aula, deixando os demais a cargo do aluno. Propositamente, não se inseriram no texto exercícios resolvidos (afora alguns exemplos de aplicação imediata da teoria) para uma maior valorização da aula, enlevando a interação aluno-professor. O aluno deve ter em mente que à resolução dos exercícios deve preceder um bom conhecimento da teoria.

Um grande número de ilustrações facilita o entendimento do texto e é imprescindível quando se almeja a formação de uma visão espacial na Geometria Analítica Tridimensional. Há sinopses históricas, indicações de aplicabilidade prática e sugestões para a resolução de exercícios, no intuito de motivar o aluno naquilo que está estudando.

Os quatro primeiros capítulos integram o programa da Geometria Analítica na UFPR e foram abordados de maneira concisa para não penalizar importantes capítulos vindouros da disciplina: reta, plano, cônicas, superfícies, etc.

Os capítulos 5 e 6 tratam de vetores. Há inúmeros caminhos para a resolução de problemas geométricos através da Álgebra, porém o tratamento vetorial é o mais indicado pela sua elegância e simplicidade, além de ser assaz importante a outras disciplinas. A um bom rendimento escolar em Geometria Analítica, com enfoque vetorial, atrela-se um respeitável conhecimento dos capítulos 5 e 6.

Há que se tomar público que, face à nossa formação acadêmica e relacionamento profissional, o presente trabalho recebeu preponderante influência do livro Geometria Analítica e Vetores, do Professor Leo Barsotti, que recomendamos a todos os alunos que aspiram a um aprofundamento e a um maior rigor no assunto.

Ademais, cumprimos o elementar dever de gratidão pelo desprendimento com que os professores Florinda Miyaoka, Osny A. Dacol, Ana Maria N. de Oliveira, Luci C. Watanabe e Ivo

*J. Riegler se dispuseram a ler o manuscrito e apresentar sugestões. O mesmo preito de gratidão estendemos à plêiade de colegas e amigos do Depto. de Matemática da UFPR, que nos propiciaram uma convivência de crescimento na disciplina, em mais de quatro lustros.*

*Críticas e sugestões não de surgir. E serão bem-vindas. Resta-nos o consolo de ter envidado esforços para empregar utilmente o nosso tempo. "A censura que nos for feita - se faz oportuno Souza Pinto - há de ser mitigada pelo censor se ele chegar a ter consciência de nossa boa vontade em acertar."*

## Gracias por visitar este Libro Electrónico

Puedes leer la versión completa de este libro electrónico en diferentes formatos:

- HTML(Gratis / Disponible a todos los usuarios)
- PDF / TXT(Disponible a miembros V.I.P. Los miembros con una membresía básica pueden acceder hasta 5 libros electrónicos en formato PDF/TXT durante el mes.)
- Epub y Mobipocket (Exclusivos para miembros V.I.P.)

Para descargar este libro completo, tan solo seleccione el formato deseado, abajo:

