

Rodrigo Geraldo Do Couto

Algumas Questões em Percolação Anisotrópica

Belo Horizonte - MG, Brasil

08 de Julho 2013

Universidade Federal de Minas Gerais

Instituto de Ciências Exatas

Departamento de Matemática

Tese de Doutorado

Algumas Questões em Percolação Anisotrópica

Esta tese foi apresentada como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de Doutor em Matemática.

Rodrigo Geraldo do Couto

Orientador: Bernardo Nunes Borges de Lima

Co-orientador: Rémy de Paiva Sanchis

Belo Horizonte - MG, Brasil

08 de Julho 2013



Universidade Federal de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas
Secretaria de Pós-Graduação em Matemática
(31) 3409.5963 FAX 3409.5797
e-mail: pgmat@mat.ufmg.br // www.mat.ufmg.br/pgmat

FOLHA DE APROVAÇÃO

Algumas questões em Percolação Anisotrópica

RODRIGO GERALDO DO COUTO

Tese defendida e aprovada pela banca examinadora constituída pelos Senhores:

Prof. Bernardo Nunes Borges de Lima
UFMG

Prof. Remy de Paiva Sanchis
UFMG

Prof. Marcelo Richard Hilário
UFMG

Prof. Ronald Dickman
UFMG (Física)

Prof. Leandro Pinto Rodrigues Pimentel
UFRJ

Prof. Roberto Imbuzeiro Moraes Felinto de Oliveira
IMPA

Belo Horizonte, 08 de julho de 2013.

Resumo

Neste trabalho estudamos alguns aspectos dos modelos de percolação independente de elos anisotrópico na laje $\mathbb{Z}^2 \times \{0, \dots, k\}$ e na rede quadrada \mathbb{Z}^2 . Consideramos o modelo de percolação independente de elos anisotrópico na laje $\mathbb{Z}^2 \times \{0, \dots, k\}$, onde supomos que os elos verticais estão abertos com probabilidade p_v , enquanto os elos horizontais estão abertos com probabilidade p_h . Estudaremos as curvas críticas para esses modelos e estabeleceremos sua continuidade e monotonicidade estrita. Os resultados podem ser estendidos para percolação independente de elos anisotrópico em \mathbb{Z}^3 .

Posteriormente, consideramos o modelo de percolação independente de elos anisotrópico em \mathbb{Z}^2 , i.e., seja $\mathbf{p} = (p_h, p_v) \in [0, 1]^2$ com $p_v > p_h$ e declare cada elo horizontal (respectivamente vertical) de \mathbb{Z}^2 aberto com probabilidade p_h (respectivamente p_v), e fechado de outro modo, independentemente de todos os outros elos. Denote por $\mathbb{P}_{\mathbf{p}}$ a medida de probabilidade correspondente. Considere $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{Z}^2$ com $0 < x_1 < x_2$, e $x' = (x_2, x_1) \in \mathbb{Z}^2$. É natural questionar como se comporta a função de conectividade $\mathbb{P}_{\mathbf{p}}(\{0 \rightarrow x\})$, e quando a anisotropia das probabilidades de percolação implica na desigualdade estrita $\mathbb{P}_{\mathbf{p}}(\{0 \rightarrow x\}) > \mathbb{P}_{\mathbf{p}}(\{0 \rightarrow x'\})$. Nós daremos uma resposta afirmativa para a questão, considerando o regime altamente supercrítico.

Palavras-chave: Percolação, anisotropia, conectividades truncadas.

Abstract

In this work we study some aspects of anisotropic independent bond percolation on the slab $\mathbb{Z}^2 \times \{0, \dots, k\}$ and on the lattice \mathbb{Z}^2 . We consider anisotropic independent bond percolation on the slab $\mathbb{Z}^2 \times \{0, \dots, k\}$, where we suppose that the vertical bonds are open with probability p_v , while the horizontal bonds are open with probability p_h . We study the critical curves for these models and establish their continuity and strict monotonicity. The results can be extended to anisotropic independent bond percolation on \mathbb{Z}^3 .

Later, we consider an anisotropic independent bond percolation model on \mathbb{Z}^2 , i.e., let $\mathbf{p} = (p_h, p_v) \in [0, 1]^2$ with $p_v > p_h$ and declare each horizontal (respectively vertical) edge of \mathbb{Z}^2 to be open with probability p_h (respectively p_v), and otherwise closed, independently of all other edges. Let $\mathbb{P}_{\mathbf{p}}$ denote the corresponding probability measure. Let $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{Z}^2$ with $0 < x_1 < x_2$, and $x' = (x_2, x_1) \in \mathbb{Z}^2$. It is natural to ask how the connectivity function $\mathbb{P}_{\mathbf{p}}(\{0 \rightarrow x\})$ behaves, and whether anisotropy in percolation probabilities implies the strict inequality $\mathbb{P}_{\mathbf{p}}(\{0 \rightarrow x\}) > \mathbb{P}_{\mathbf{p}}(\{0 \rightarrow x'\})$. We give an affirmative answer to this question, at least in the highly supercritical regime.

Keywords: Percolation, anisotropy, truncated connectivity.

Gracias por visitar este Libro Electrónico

Puedes leer la versión completa de este libro electrónico en diferentes formatos:

- HTML(Gratis / Disponible a todos los usuarios)
- PDF / TXT(Disponible a miembros V.I.P. Los miembros con una membresía básica pueden acceder hasta 5 libros electrónicos en formato PDF/TXT durante el mes.)
- Epub y Mobipocket (Exclusivos para miembros V.I.P.)

Para descargar este libro completo, tan solo seleccione el formato deseado, abajo:

