

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS DE
CONTORNO À ANÁLISE DE PAVIMENTOS DE
EDIFÍCIOS**

EDGAR BACARJI

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Doutor em Engenharia de Estruturas.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Wilson Sérgio Venturini

**São Carlos
2001**

À minha amada esposa Júlia Elisa
e ao meu filho Gabriel dedico, com carinho,
este trabalho.
A estes, minha gratidão e apreço.

AGRADECIMENTOS

“ Assim diz o SENHOR: não se glorie o sábio na sua sabedoria, nem o forte na sua força, nem o rico nas suas riquezas; mas o que se gloriar, glorie-se nisto: em me conhecer e saber que eu sou o SENHOR, e faço misericórdia, juízo e justiça na terra; porque destas cousas me agrado, diz o SENHOR.” (Jr. 9:23, 24)

A Deus, que tudo criou, a Cristo Jesus, que todas as coisas sustenta; autor e consumidor de toda ciência e sabedoria humanas, rendo minha gratidão e louvor por mais esta vitória concedida.

Ao Prof. Dr. Wilson Sérgio Venturini que, com tanta naturalidade e segurança, soube tão bem orientar todas as etapas deste trabalho.

À Universidade Federal de Goiás; À CAPES, através do programa PICDT, pelo apoio financeiro.

Aos professores e funcionários do Departamento de Estruturas da EESC-USP que colaboraram, de forma direta e indireta, a fim de que este trabalho pudesse ser concretizado. À Rosi Aparecida Jordão Rodrigues, à Maria Nadir Minatel pela atenção e apoio a mim dispensados. A Francisco Carlos Guete de Brito pelo trabalho paciente na confecção dos desenhos.

Aos amigos, irmãos em Cristo e familiares, pelo sustento e apoio fundamentais.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	vi
LISTA DE SÍMBOLOS.....	viii
RESUMO.....	xi
ABSTRACT.....	xiii
1. INTRODUÇÃO	
1.1. OBJETIVOS	1
1.2. APRESENTAÇÃO.....	2
1.3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	3
2. O MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO APLICADO ÀS PLACAS DE REISSNER	
2.1. INTRODUÇÃO AO MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO.....	13
2.1.1. Equações de Navier	18
2.1.2. Solução fundamental.....	18
2.1.3. Teorema da Reciprocidade de Betti.....	20
2.1.4. Identidade Somigliana.....	21
2.2. TEORIA DE PLACAS DE REISSNER.....	22
2.2.1. Hipóteses básicas.....	22
2.2.2. Sistema de Equações de Reissner.....	22
2.2.3. Condições de contorno.....	24
2.3. EQUAÇÕES INTEGRAIS.....	25
2.3.1. Equações integrais para deslocamentos em pontos do domínio.....	25
2.3.2. Equações integrais para deslocamentos em pontos do contorno.....	26
2.3.3. Equações integrais para esforços nos pontos do domínio.....	27
2.3.4. Transformação das Integrais das cargas e momentos distribuídos no Domínio em Integrais de Contorno	28
2.3.5. Influência do Campo de Momentos Iniciais no Cálculo dos Esforços nos pontos do Domínio.....	32
2.3.6. Influência de cargas concentradas.....	33
2.4. DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES INTEGRAIS.....	34
2.4.1. Considerações preliminares.....	34
2.4.2. Deslocamentos nos pontos do contorno.....	35
2.4.3. Deslocamentos nos pontos do domínio.....	40
2.4.4. Esforços nos pontos do domínio.....	42
2.4.5. Influência dos momentos iniciais.....	45
2.4.6. Técnica de solução.....	50
3. ANÁLISE DE PLACAS ENRIJECIDAS	
3.1. INTRODUÇÃO.....	53
3.2. APOIOS EM LINHAS.....	53

3.3.APOIOS PONTUAIS.....	55
3.4.APOIOS EM ÁREAS DISCRETAS	57
4. ANÁLISE NÃO-LINEAR	
4.1. INTRODUÇÃO.....	63
4.2. TEORIA DA PLASTICIDADE.....	63
4.2.1. Conceitos básicos.....	64
4.2.2. Problemas multidimensionais.....	70
4.3. MECÂNICA DE DANO	78
4.3.1. Introdução.....	78
4.3.2. Variáveis de Dano.....	81
4.3.3. Deformação Equivalente.....	83
4.3.4. Modelo Constitutivo de Mazars.....	84
5. SOLUÇÃO DO PROBLEMA NÃO LINEAR	
5.1. INTRODUÇÃO.....	93
5.2. MODELO ESTRATIFICADO.....	95
5.3. PROCEDIMENTO PARA ANULAR O ESFORÇO NORMAL.....	97
5.3.1. Nova posição da linha neutra.....	98
5.3.2. Incrementos de deformação e de tensão.....	100
5.3.3. Tolerância.....	101
5.4. CONSIDERAÇÃO DAS TENSÕES TANGENCIAIS.....	101
5.5. ABORDAGEM DO PROCESSO DE RESOLUÇÃO	102
5.6. APLICAÇÕES.....	104
5.6.1. Análise linear.....	104
a) Exemplo 1.....	104
b) Exemplo 2.....	106
c) Exemplo 3.....	108
d) Exemplo 4.....	109
5.6.2. Análise Não linear.....	110
a) Exemplo 1.....	110
b) Exemplo 2.....	113
c) Exemplo 3.....	122
6. CONCLUSÕES	130
BIBLIOGRAFIA.....	132
APÊNDICES:	
APÊNDICE A: SOLUÇÕES FUNDAMENTAIS.....	138
APÊNDICE B: FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS.....	143
APÊNDICE C: FUNÇÕES DE BESSEL MODIFICADAS K_0 e K_1	154
APÊNDICE D: FLUXOGRAMA DO PROGRAMA PRINCIPAL.....	157

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1. Métodos numéricos aplicados aos problemas de Engenharia.....	14
FIGURA 2.2. Placa com alteração de contorno.....	26
FIGURA 2.3. Cargas ou momentos distribuídos sobre domínios estreitos e alongados.....	29
FIGURA 2.4. Linha de carga alterada.....	31
FIGURA 2.5. Elemento de contorno Γ_j e aproximação das variáveis do contorno....	34
FIGURA 2.6. Pontos fonte ξ colocados fora do domínio da placa.....	38
FIGURA 2.7. Divisão do domínio Ω em células triangulares.....	45
FIGURA 2.8-Célula genérica Ω_j	46
FIGURA 2.9. Subdivisão da célula com ponto singular.....	49
FIGURA 3.1. Associação placa – pilar	57
FIGURA 3.2. Sistemas de referência.....	58
FIGURA 3.3. posições inicial e deformada do conjunto placa-pilar.....	59
FIGURA 3.4. Domínio interno carregado com $\sigma(X)$	60
FIGURA 4.1. Diagramas tensão – deformação	64
FIGURA 4.2. Ensaio uniaxial: níveis de carregamento, descarregamento e recarregamento.....	65
FIGURA 4.3. Modelos idealizados de comportamento.....	66
FIGURA 4.4. Módulo tangente e módulo plástico.....	67
FIGURA 4.5. Regras de endurecimento.....	69
FIGURA 4.6. Elemento de volume danificado.....	82
FIGURA 4.7. Hipótese de deformação equivalente.....	84
FIGURA 4.8. Diagrama $\sigma \times \varepsilon$ - teste uniaxial de tração: representação de ε_{do}	87
FIGURA 4.9. Superfície de ruptura no espaço das deformações principais.....	88
FIGURA 4.10. Superfícies de ruptura no espaço das tensões principais σ_1 e σ_2	89
FIGURA 4.11. tração uniaxial.....	91
FIGURA 4.12. compressão uniaxial.....	92
FIGURA 5.1. Distribuição de tensões em uma seção da placa.....	95
FIGURA 5.2. Modelo estratificado para o concreto armado.....	96

FIGURA 5.3. Estimativa da nova posição da L.N.....	98
FIGURA 5.4. Distribuição das deformações ao longo da seção transversal.....	99
FIGURA 5.5. Incrementos de deformações e deformações totais.....	100
FIGURA 5.6. Placa retangular simplesmente apoiada nas bordas (SOFT CONDITION).....	104
FIGURA 5.7. Placa retangular com viga interna.....	106
FIGURA 5.8. Placa quadrada engastada nos quatro lados.....	108
FIGURA 5.9. Placa quadrada sobre quatro vigas elásticas.....	109
FIGURA 5.10. Viga em balanço.....	110
FIGURA 5.11. Curvas carga-deslocamento para os pontos internos.....	111
FIGURA 5.12. Curvas tensão – Deformação para o aço.....	113
FIGURA 5.13. Curvas Cargas – Deslocamentos 1.....	115
FIGURA 5.14. Curvas carga - deslocamentos 2.....	117
FIGURA 5.15. Evolução do dano nos pontos de Gauss Ex. 2.....	119
FIGURA 5.16. Curvas Carga – Deformação na armadura.....	121
FIGURA 5.17. Laje Cogumelo sobre 9 pilares.....	123
FIGURA 5.18. Curvas Incrementos – Momentos.....	124
FIGURA 5.19. Evolução do dano nos pontos de Gauss - ex. 3.....	125
FIGURA 5.20. Curvas incremento – Deformação nas armaduras	126
FIGURA 5.21. Tensão normal no estribo.....	127
FIGURA 5.22. Absorção do esforço cortante (dir. x).....	128
FIGURA B.1. Equilíbrio de um tetraedro.....	147
FIGURA B.2. Definição da função Delta de Dirac. Função $F(x,d,a)$	148
FIGURA B.3. Definição de uma integral de contorno.....	150
FIGURA B.4. curva genérica para definição da condição de Hölder.....	152

LISTA DE SÍMBOLOS

GREGOS

α	Índice representativo das direções 1 e 2; coeficiente que determina a distância do ponto fonte ao contorno;
β	Índice representativo das direções 1 e 2;
β_n	Fator de carga;
δ_{ij}	Delta de Kronecker;
ε	Raio de um contorno circular;
ε_{ij}	Componentes de deformação;
ϕ_1, ϕ_2	Rotações nos planos x-z e y-z, respectivamente;
γ	Distorção;
$\bar{\kappa}_i(\zeta)$	Funções interpoladoras quadráticas;
λ	Constante característica das equações de Reissner;
ν	Coefficiente de Poisson;
θ	Ângulo que define a direção de \mathbf{r} ;
ρ	Densidade volumétrica;
$\sigma(\mathbf{x})$	Tensão na área de interface placa-pilar;
σ_{ij}	Componentes de tensão;
ξ	Ponto fonte;
ζ	Coordenadas locais homogêneas;
Ω	Domínio da placa; volume
Ω_q, Ω_m	Subdomínios carregados com a carga $\mathbf{q}(\mathbf{x})$ e momento $\mathbf{m}_\alpha(\mathbf{x})$, respectivamente;
Γ	Contorno da placa; área de superfície;
Γ_q, Γ_m	Contornos dos subdomínios Ω_q e Ω_m , respectivamente;
Ψ	Energia interna por unidade de volume;
$\Psi_{3\theta}$	Componentes de deformação por esforço cortante;

Ψ
≈ Matriz que contém as coordenadas homogêneas de um ponto sobre uma célula;

ROMANOS:

- MAIÚSCULOS

\mathbf{B}
≈ Vetor que contém os termos independentes;

C_{ijkl} Tensor de quarta ordem que contém as constantes elásticas;

D Rigidez da placa à flexão; variável que caracteriza o estado de dano local;

E Módulo de elasticidade longitudinal;

\bar{E} Módulo de elasticidade do material danificado;

E_t Módulo tangente;

G Módulo de elasticidade transversal;

\mathbf{G}, \mathbf{H}
≈ Matrizes de influência dos valores nodais;

I_{xx}, I_{yy} Momentos de inércia em relação aos eixos x e y , respectivamente;

J Jacobiano de transformação das variáveis;

L Comprimento do elemento de contorno;

$M_{\alpha\beta}^0$ Campo de momentos iniciais;

$M_{\alpha\beta}$ Momentos fletores e volventes por unidade de comprimento;

P Carga concentrada aplicada à placa;

Q Potencial plástico;

$Q_{3\alpha}$ Forças cortantes por unidade de comprimento;

R Ações do pilar sobre a placa;

S Área da interface placa-pilar; Entropia específica;

T Temperatura absoluta;

U Energia interna;

W_p trabalho plástico;

MINÚSCULOS:

a \approx	Vetor de fluxo; vetor aceleração;
b	largura de um domínio estreito e alongado;
b_i	forças de volume;
d	Distância do ponto fonte ao contorno;
dλ	Multiplicador plástico;
f(σ_{ij})	função do estado de tensão atual;
f_i	forças de massa
g_{ij}	Componentes da matriz G ;
h	Espessura da placa;
h_{ij}	Componentes da matriz H ;
h \approx	Fluxo de calor por unidade de área;
k	Parâmetro de endurecimento;
k $\approx e_j$	Matriz de rigidez do elemento;
m_α	Momento distribuído aplicado à placa;
n_β	Componentes da normal ao contorno;
p_{ij}	Forças de superfície generalizadas;
q	Carga transversal aplicada à placa;
r	Distância entre o ponto fonte e o ponto campo;
u	Energia interna específica;
u_i	Componentes de deslocamento;
v \approx	Vetor velocidade;
w	Deslocamento transversal da placa;
x	Ponto campo;

Gracias por visitar este Libro Electrónico

Puedes leer la versión completa de este libro electrónico en diferentes formatos:

- HTML(Gratis / Disponible a todos los usuarios)
- PDF / TXT(Disponible a miembros V.I.P. Los miembros con una membresía básica pueden acceder hasta 5 libros electrónicos en formato PDF/TXT durante el mes.)
- Epub y Mobipocket (Exclusivos para miembros V.I.P.)

Para descargar este libro completo, tan solo seleccione el formato deseado, abajo:

