Universidade de São Paulo
Instituto de Física

Bacias crivadas em sistemas mecânicos e biológicos e estudo da variabilidade da frequência cardíaca

Sabrina Camargo

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Luiz Viana

Tese de doutorado apresentada ao Instituto de Física
para obtenção do título de Doutora em Ciências

Banca examinadora:
Prof. Dr. Ricardo Luiz Viana (UFPR)
Prof. Dr. Iberê Luiz Caldas (IFUSP)
Profa. Dra. Carmen Pimentel Cintra do Prado (IFUSP)
Prof. Dr. Elbert Einstein Nehrer Macau (INPE)
Prof. Dr. Sérgio Roberto Lopes (UFPR)

São Paulo
2009

À minha família

Agradecimentos

Agradeço às agências de fomento CAPES, CNPq e DAAD.

Gostaria de agradecer aos professores Jürgen Kurths, Niels Wessel, Iberê Luiz Caldas e Celso Grebogi.

Ao professor Sandro Eli de Souza Pinto e seu aluno, Rodrigo Frehse Pereira.

Um agradecimento especial ao meu orientador Ricardo Luiz Viana, que além da orientação de doutorado, ainda me deu muitas sugestões que certamente são válidas também fora da vida acadêmica.

Aos professores Vito Vanin, Nora Lia Maidana, Paulo Pascholati e Manoel Robilotta.

Às secretárias Lia e Inês do Departamento de Física Aplicada, e a Éber, Francisleine e Cláudia, funcionários da Comissão de Pós Graduação

Aos amigos Rafael Vilela, Zwinglio Guimarães, Rene Medrano, Gustavo Zampier, Reginaldo Farias, Júlia Giehl e Michele Figueiró.

Às amigas Maria Isabel Veras Orselli, Renata Beatriz de Camargo, Christiane Castroviejo, Gabriela Camargo Campos, Patrícia Camargo Magalhães, Mariana Carvalho Rossi, Lívia Sakimoto e ao Gabriel Moraes de Andrade.

Aos amigos Ruy Alberto Pisani Altafim, Letícia Altafim, Márcio Novaes Coelho Jr., Flávio Silvestre, José Carlos Boareto, Jaqueline Barcellos Boareto e Eulalie Joelle Ngamga.

Aos amigos Franciana, Fran Sato, Iara, Iris Antonio, Ernani, Gustavo Simonetti, José Miguel Samper Sanchez e Marcos César Danhoni Neves, amigos de muito tempo.

Aos meus avós, meus tios, meus primos, meus sogros, meus cunhados e minha sobrinha. E especialmente aos meus pais, Regina e Nilton, e minha irmã Talita. Obrigada pela dedicação exclusiva, pelo fomento, pelo amor e pelo carinho.

Ao Kleto, especialmente e principalmente.

O pensamento parece uma coisa à toa
mas como que a gente voa quando começa a pensar
Lupicínio Rodrigues

Colour my life with the chaos of trouble
Belle and Sebastian

Resumo

Um estudo de bacias crivadas e um estudo de séries de batimentos cardíacos através de ferramentas não lineares são apresentados. Bacias crivadas ocorrem em sistemas não lineares onde a simetria do espaço de fase permite a existência de um subespaço invariante capaz de atrair e repelir órbitas. Como consequência para todo ponto pertencente à bacia de atração do atrator existirá um ponto não pertencente numa distância arbitrariamente próxima. Pode-se verificar a presença de bacias crivadas pela análise do espaço de fase e dos expoentes máximos transversais de Lyapunov de tempo finito. A caracterização do fenômeno pode ainda ser complementada pelas leis de escala provenientes de um modelo para as flutuações dos expoentes máximos transversais de Lyapunov de tempo finito. O crivamento é analisado para um sistema mecânico e para um modelo ecológico. Comparamos para os dois sistemas as previsões teóricas, dadas por um modelo estocástico, com os resultados numéricos.

No estudo de séries de batimentos cardíacos diversos grupos de dados são submetidos a diferentes análises a fim de determinar índices que permitam, dado um paciente, decidir a qual grupo ele pertence. Expoentes de Lyapunov, análise depurada de flutuações e segmentação das séries foram empregados na análise das séries de intervalos RR e pressão arterial. Desses métodos empregados, nenhum foi conclusivo no sentido de caracterizar os grupos. Porém, uma nova formulação do método de segmentação das séries mostrou ser possível a caracterização através de um parâmetro, que todavia, exige séries longas de observação.

Abstract

A study of riddled basins of attraction and a study of heart rate variability through nonlinear dynamics tools are presented. Riddled basins occur in nonlinear systems whose phase space symmetry allows an invariant subspace with an chaotic attractor. This invariant subspace can either attract or repel orbits. As a consequence, for every point belonging to the basin of attraction there is another point, arbitrarily close, that does not belong to the basin of attraction. The presence of riddled basins is verified by analyzing the maximal transversal Lyapunov exponent and the maximal transversal finite time Lyapunov exponent. The characterization of riddling is complemented by the calculation of scaling laws provided by a stochastic model of the transversal finite time Lyapunov exponents. Riddling is analyzed for a mechanical system and for an ecological model. The results are compared with the theoretical prediction given by the stochastic model.

In the study of heart rate variability, time series of different groups were analyzed in order to determine quantifiers of healthness and sickness, in the sense that given a patient one can say if the patient belongs to a healthy group or not. Lyapunov exponents, detrended fluctuation analysis and time series segmentation were applied to RR-intervals and blood pressure time series. These methods were not able to characterize the groups. However, a new formulation of the segmentation method indicates that it is possible to find a quantifier, although this quantifier requires long time series of observation.

Sumário

Capítulo 1

Introdução

Esta tese é constituída por duas linhas de trabalho que, apesar de não se cruzarem diretamente, têm em comum a não linearidade característica de sistemas caóticos. A primeira trata de um fenômeno inerente a sistemas não lineares que satisfazem certas condições. A segunda refere-se a análise de séries temporais sob o prisma da dinâmica não linear. O fenômeno inerente a certos sistemas é o crivamento, ou bacias de atração crivadas, e é objeto de estudo dos Caps. 2-5. As séries temporais são séries de intervalos de tempo entre batimentos cardíacos consecutivos e a análise dessas séries é tema do Cap. 6.

1.1 Bacias crivadas

John Sommerer [1] conta como o trabalho de James Alexander [2] deu início à investigação de crivamento. James Alexander notou um acontecimento incomum: atratores onde aparentemente havia o cruzamento das trajetórias. Alexander usou um mapa no plano complexo dependente de um parâmetro positivo, que apresentava três variedades invariantes, e em cada uma delas, uma dinâmica caótica regida por um mapa quadrático. Mas como as trajetórias não se cruzam no espaço de fase, por motivo de unicidade, era curioso como atratores diferentes poderiam estar tão entrelaçados. A bacia de cada atrator aparentava ser crivada de "buracos" numa escala arbitrariamente fina; cada buraco era uma parte da bacia do outro atrator. Dessa forma, todo o espaço de fase aparentava ser topologicamente uma fronteira, pois em topologia um ponto está na fronteira entre dois conjuntos se qualquer vizinhança deste ponto contém pontos de cada um dos dois conjuntos. Ceticismo em relação a um resultado como esse, baseado em cálculos numéricos, era natural, e tal resultado poderia ser considerado com um artefato computacional. Para o crédito de Alexander e seus colaboradores, entretanto, eles foram capazes de provar que essas bacias crivadas, nome sugerido por John Milnor, realmente existiam no sistema [1].

Sistemas caóticos com certas simetrias e propriedades matemáticas bastante gerais podem apresentar bacias de atração chamadas de bacias crivadas (“riddled basins”). As bacias crivadas são caracterizadas pela presença de “buracos” no seguinte sentido: um sistema dinâmico pode ter um atrator caótico A cuja bacia de atração é crivada com “buracos” pertencentes à bacia de outro atrator B, não necessariamente caótico. Além disso, todo ponto da bacia do atrator A tem, arbitrariamente próximo, partes da bacia do atrator B.

As consequências físicas da presença de bacias crivadas podem ser bastante sérias em termos da capacidade de prever a qual atrator irá convergir assintoticamente a trajetória originada por uma dada condição inicial no espaço de fase. Em termos da situação mencionada no parágrafo anterior, seja P um ponto arbitrário pertencente à bacia do atrator caótico A. Se a bacia de A é crivada pela bacia do outro atrator B, então uma pequena esfera de raio r centrada no ponto P terá uma fração não-nula do seu volume pertencente à bacia de B, não importando quão pequeno seja o raio da esfera.

Logo, encarando essa esfera de raio r como uma medida de incerteza relacionada com a determinação (numérica ou experimental) da condição inicial, a trajetória resultante terá sempre uma probabilidade não-nula de estar situada na bacia do outro atrator, para qualquer valor do raio r. Dessa forma, é virtualmente impossível predizer qual será o estado final do sistema dinâmico, já que, mesmo um aumento substancial da precisão na determinação da condição inicial será insuficiente para diminuir a probabilidade de cometer um erro na previsão do estado final. As chamadas bacias fractais apresentam fronteiras fractais, ao passo que a bacia crivada exibe fractalidade em toda a sua extensão. Isto é, mesmo para uma bacia fractal é possível encontrar uma região onde todos as condições iniciais pertencem a uma mesma bacia, enquanto numa bacia crivada para qualquer região arbitrariamente pequena existirão pontos pertencentes às duas bacias de atração.

Na literatura, o fenômeno de bacias crivadas foi descrito matematicamente por Alexander *et al.* [2], que apresentou exemplos em sistemas dinâmicos abstratos. Ott *et al.* [3, 4] apresenta, pouco depois, um exemplo físico de bacias crivadas, relacionado a um oscilador de Duffing. Paralelamente, as propriedades matemáticas da transição de bacias fractais para crivadas foram exploradas por Ashwin e colaboradores [5–7]. A transição para o crivamento ocorre para uma variedade de bifurcações [8–10], especialmente relacionadas à transição para o caos sincronizado [11–15]. A influência de ruído em bacias crivadas foi investigada por Lai e Grebogi [16–24].

Existe um grande número de exemplos de crivamento em sistemas dinâmicos de interesse biológico e físico, que vão de sistemas mecânicos, como arcos elásticos acoplados [19], a sistemas dinâmicos espacialmente estendidos, como redes de mapas acoplados [20].