

**Estudos numéricos para o problema da tomografia por
impedância elétrica**

Juan Carlos Zavaleta Aguilar

**TESE APRESENTADA
AO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PARA
OBTENÇÃO DO TÍTULO
DE
DOUTOR EM CIÊNCIAS**

**Área de Concentração: Matemática Aplicada
Orientador: Prof. Dr. Nelson Mugayar Kuhl**

Durante o desenvolvimento deste trabalho o autor recebeu auxílio financeiro do CNPq

São Paulo, 06 de Abril de 2009

Estudos numéricos para o problema da tomografia por impedância elétrica

Este exemplar corresponde à redação final da tese devidamente corrigida e defendida por Juan Carlos Zavaleta Aguilar e aprovada pela Comissão Julgadora.

Banca Examinadora:

- Nelson Mugayar Kuhl (orientador) – IME - USP.
- Jose Jaime da Cruz – POLI – USP.
- Vanessa Rolnik Artioli – FFCLRP – USP.
- Saulo Rabello Maciel de Barros – IME – USP.
- Raúl Gonzales Lima – POLI – USP.

Agradecimentos

Em primeiro lugar agradeço a **Deus** por permitir a culminação deste trabalho e assim dar mais um passo na minha formação acadêmica.

Agradeço em forma muito especial a minha esposa Fátima, que tem sido uma companheira em todas as horas pela sua paciência e dedicação em todos os momentos que foi preciso.

Agradeço as minhas filhas Milena, Laila e Natalie porque elas constituem a minha grande motivação para alcançar os objetivos traçados.

Agradeço aos meus pais Américo e Rita e aos meus irmãos René e Elí por sempre terem acreditado em mim.

Agradeço ao meu orientador, professor. Dr. Nelson Mugayar Kuhl pelo apoio e paciência na orientação e aos muitos conhecimentos adquiridos com ele que fizeram possível a culminação deste trabalho.

Agradeço aos professores que formaram minha banca, os quais fizeram importantes contribuições para o aperfeiçoamento do trabalho.

Agradeço aos professores do Instituto de Matemáticas e Estatística com os quais realizei as disciplinas.

Agradeço aos meus amigos e colegas (Jorge, Valentin, Anderson, Gerard) pelos gratos momentos compartilhados. Agradeço também ao grupo de Tomografia por Impedância Elétrica da POLI, em especial, a Julio pelos muitos conhecimentos adquiridos.

Agradeço ao pessoal administrativo do IME pela atenção e gentileza.

Agradeço ao CNPq pelo apoio financeiro.

Resumo

Este trabalho estuda a técnica de reconstrução de imagens conhecido como tomografia por impedância elétrica em um domínio bidimensional. Esta técnica consiste na alocação de eletrodos na fronteira do volume e uma fonte injeta padrões de corrente através dos eletrodos e medem-se as voltagens resultantes na fronteira. Com estes dados estima-se a condutividade (ou resistividade) do interior do domínio criando-se uma imagem do mesmo. A tomografia por impedância elétrica é um problema inverso e mal posto no sentido de Hadamard. Estudam-se diversos métodos de solução para resolver o problema direto usando métodos numéricos como diferenças finitas e volumes finitos. Proporemos os métodos numéricos a serem aplicados na solução do problema direto os quais serão testados com problemas onde a solução analítica é conhecida. Posteriormente aplicaremos os métodos propostos ao problema específico. Uma questão importante na reconstrução de imagens é propor a maneira como aproximar o Jacobiano (ou matriz de sensibilidade) do problema, assim desenvolvemos uma técnica para a aproximação do mesmo usando os dados fornecidos pelo problema direto.

Palavras-Chave: Tomografia por impedância elétrica, métodos de regularização, métodos numéricos.

Abstract

In this work is studied the technique of reconstruction of images known as electrical impedance tomography for a two-dimensional domain. This technique consists in the allocation of electrodes on the border of the volume and a source injects patterns of current through the electrodes and then measuring voltages through the other electrodes. With these data it is estimated the conductivity (or resistivity) on the interior of the domain and an image is create of it. The electrical impedance tomography is an inverse and ill conditioned problem in the Hadamard sense. In this work, is studying some numerical methods to solve the direct problem and are applied numerical methods such as the finite difference method and the finite volume method. It is proposed some numerical methods to solve the direct problem which will be tested with analytical problems where the solution is known. Later, apply the methods proposed to the specific issue. An important issue in the reconstruction problems is about the Jacobian (or sensitivity matrix) aproximation, thus proposing a technique for the calculation of even using the data provided by the direct problem.

Keywords: Electric impedance tomography, regularization methods, numerical methods.

SUMÁRIO

LISTA DE ABREVIATURAS	vi
LISTAS DE SÍMBOLOS	vii
LISTAS DE FIGURAS	xii
LISTAS DE TABELAS	xiv
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 Descrição do Problema.....	1
1.2 Revisão Bibliográfica.....	3
1.3 O Problema Inverso de Condutividade é mal posto.....	5
1.4 Objetivos.....	6
1.5 Divisão da Tese.....	7
2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	8
2.1 Equações governantes.....	8
2.2 O Problema Direto.....	9
2.3 A Coleta de dados na TIE.....	16
2.4 O Problema Inverso.....	18
3. ESTUDOS NUMÉRICOS USANDO O EIDORS	27
3.1 Características da malha.....	27
3.2 Tratamento do Problema Direto.....	29
3.3 Tratamento do Problema Inverso.....	32

4.	ESTUDOS NUMÉRICOS DO PROBLEMA DIRETO	35
4.1	O Problema de Difusão com Coeficientes Contínuos em Coordenadas Polares.....	35
4.2	O Problema de Difusão com Coeficientes Descontínuos.....	45
4.2.1	Discretização por volumes finitos modificados em problemas de dimensão 1.....	46
4.2.2	Discretização por volumes finitos modificados em problemas de dimensão 2.....	53
4.2.3	Solução numérica da equação de difusão com coeficientes descontínuos em coordenadas polares.....	58
4.3	Aproximação da solução na fronteira.....	84
5.	ESTUDOS NUMÉRICOS NA TIE	87
5.1	A Malha.....	87
5.2	O Problema Direto.....	88
5.3	Comparações das voltagens.....	90
5.4	O Jacobiano.....	93
5.5	Aproximação do Fluxo nos nós.....	96
5.6	O Jacobiano em termos do Fluxo.....	98
5.7	Aproximação Gauss-Newton.....	101
6.	CONCLUSÕES	104
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	106
	APÊNDICE A - TRATAMENTO DA CONDIÇÃO DE FRONTEIRA TIPO NEUMANN	111
	APÊNDICE B - O JACOBIANO EM TERMOS DA VARIAÇÃO DO POTENCIAL	117

LISTA DE ABREVIATURAS

AA	Método numérico da média aritmética.
Bi-PGC	Método dos Bi-gradientes conjugados com pré - condicionamento.
<i>d -bar</i>	Método <i>d</i> -barra.
DOT	Tomografia ótica difusa.
EIDORS	<i>Electrical Impedance and Diffuse Optical tomography Reconstruction Software</i>
GC	Gradientes conjugados.
HA	Método que usa a média harmônica.
HIA	Método que usa a média harmônica modificada.
ITM	Indução tomográfica.
LU	Método numérico para resolver um sistema linear
MCE	Modelo completo de eletrodos.
MVFM	Método dos volumes finitos modificados.
PGC	Gradientes conjugados com pré-condicionamento.
SVD	Método numérico da decomposição dos valores singulares.
TC	Tomografia computadorizada.
TIE	Tomografia por impedância elétrica.
TCE	Tomografia por capacitância elétrica.
TOAST	Tomografia em óptica.
UMIST	<i>University of Manchester Institute of Science and Technology.</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

A	=	Matriz de um sistema linear da forma $Ax = b$
A_φ	=	Eletrodo localizado na fronteira do volume condutor
a_1, a_2	=	Constantes
$a_{i\pm 1/2}$	=	Termos adicionais no método da media harmônica modificada
B	=	Densidade do fluxo magnético
b	=	Vetor do lado direito de um sistema linear da forma $Ax = b$
B_φ	=	Eletrodo localizado na fronteira do volume condutor
B_s	=	Forma bi-linear na formulação do método dos elementos finitos
b_p	=	Distribuição do potencial elétrico no método dos elementos finitos
C_0	=	Constante
C_φ	=	Eletrodo localizado na fronteira do volume condutor
C	=	Parte simétrica da matriz de rigidez no método dos elementos finitos
D_a	=	Conjunto de dados admissíveis
D_0^2	=	Operador de distinguibilidade
D_φ	=	Eletrodo localizado na fronteira do volume condutor
D_b	=	Último bloco da matriz de rigidez do método dos elementos finitos
dA	=	Diferencial de área
dl	=	Diferencial de linha
E	=	Campo elétrico
E_r	=	Erro quadrático
E_S	=	Solução com boa resolução espacial
E_D	=	Solução ótima

viii

e_l	=	l -ésimo eletrodo localizado na fronteira do volume condutor
e_i^j	=	Componente de erro no i -ésimo eletrodo e na j -ésima iteração
e_{\max}	=	Erro relativo na norma do máximo
e_{L^2}	=	Erro relativo na norma L^2
F	=	Função com inversa contínua
f	=	Função fonte do problema de difusão
F_{ij}	=	Aproximação dos fluxos
g	=	Função que produz os valores na condição de Dirichlet
H^p	=	Espaço de Sobolev
h	=	Função que produz os valores na condição de Neumann
h_x	=	Tamanho do passo na direção x em coordenadas cartesianas
h_y	=	Tamanho do passo na direção y em coordenadas cartesianas
h_r	=	Tamanho do passo na direção r em coordenadas polares
h_θ	=	Tamanho do passo na direção θ em coordenadas polares
I	=	Padrão de corrente
I^d	=	d -ésimo padrão de corrente
I_ψ	=	Padrão de corrente que produz o potencial ψ
I_ϕ	=	Padrão de corrente que produz o potencial ϕ
J	=	Jacobiano
$J_{dl,k}$	=	Componentes do Jacobiano relacionando o l -ésimo eletrodo, o k -ésimo padrão de corrente e o n -ésimo volume finito.
j	=	Densidade de corrente
J^s	=	Fonte de corrente
K_{ij}^H	=	Temo correspondente a média harmônica dos coeficientes σ_{ij} num volume finito
L	=	Índice que indica o número de eletrodos alocados na fronteira do volume
L_i	=	Polinômios de Lagrange
LD	=	Lado direito de um sistema linear em forma matricial
$O(h^p)$	=	Termos de ordem p

Gracias por visitar este Libro Electrónico

Puedes leer la versión completa de este libro electrónico en diferentes formatos:

- HTML(Gratis / Disponible a todos los usuarios)
- PDF / TXT(Disponible a miembros V.I.P. Los miembros con una membresía básica pueden acceder hasta 5 libros electrónicos en formato PDF/TXT durante el mes.)
- Epub y Mobipocket (Exclusivos para miembros V.I.P.)

Para descargar este libro completo, tan solo seleccione el formato deseado, abajo:

