

Universidade Federal de Minas Gerais

Identidades polinomiais  $\mathbb{Z}_n$ -graduadas  
das álgebras de matrizes

Silvia Gonçalves Santos

**Orientadora:** Viviane Ribeiro Tomaz da Silva

**Belo Horizonte, 2013**



Silvia Gonçalves Santos

# Identidades polinomiais $\mathbb{Z}_n$ -graduadas das álgebras de matrizes

Dissertação submetida à banca examinadora, designada pelo programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre em Matemática.

Orientadora: Viviane Ribeiro Tomaz da Silva

**Belo Horizonte**  
**2013**

# Agradecimentos

A Deus por caminhar ao meu lado em todos os momentos, não permitindo que eu desistisse e me dando forças para seguir em frente.

À minha mãe Lúcia, minha irmã Angélica e meu tio Adael, que me apoiaram de forma incondicional, conviveram com minha ausência e me ajudaram muito nessa caminhada. Sem vocês eu não conseguiria.

Ao meu pai Reginaldo, meu avô Geraldo e minha avó Lourdes, que não estão mais entre nós, mas sei que estão muito felizes por essa conquista.

Aos meus tios, tias, primos e primas pelo incentivo, pelas palavras de apoio e pela amizade.

À minha amiga Milene, grande responsável por eu ter feito o mestrado.

À minha orientadora Viviane Ribeiro Tomaz da Silva, pela competência, paciência com minhas limitações e dedicação. Grande exemplo de pesquisadora e ser humano a ser seguido. Muito obrigada por tudo!

Aos professores André Gimenez, Lucio Centrone e Csaba Schneider por aceitarem fazer parte da banca e pelas importantes observações e correções.

A todos os professores e funcionários da UFOP pelo aprendizado, crescimento e amadurecimento. Especialmente aos professores Dimas Belarmino (em nossos corações), Adilson Brandão e Antônio Rosa, por acreditarem em mim e me incentivarem a seguir com os estudos.

Aos amigos que fiz na UFOP e carregarei comigo sempre. Especialmente Eder Marinho, Wenderson Ferreira e Júlio César do Espírito Santos.

À professora Ana Cristina Vieira, pelos ensinamentos e pelo apoio.

Aos professores e funcionários do Departamento de Matemática da UFMG que cer-

tamente contribuíram para a minha formação. Um agradecimento especial as minhas amigas da secretaria, Andréa e Kelli, pelas palavras de carinho e pela amizade.

Aos amigos da Matemática, Amanda, Leonel, Luciana, Natália, Willian, Ceili, Luiza, Rafael, Alan, Lorena, Aislan, Daiane e Guilherme pelos muitos momentos juntos e por tornarem essa caminhada mais fácil.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

A todos o meu muito obrigada!

# Resumo

Seja  $F$  um corpo e denote por  $\mathbb{Z}_n$  o grupo dos inteiros módulo  $n$ . Nesta dissertação, estudaremos a descrição de uma base finita para as identidades polinomiais  $\mathbb{Z}_n$ -graduadas da álgebra das matrizes  $n \times n$  sobre  $F$ , quando  $n \geq 2$ . Métodos diferentes são empregados conforme a característica do corpo. Se característica de  $F$  é zero, estudaremos o artigo de Vasilovsky, sendo que uma das estratégias fundamentais é a redução do estudo das identidades polinomiais  $\mathbb{Z}_n$ -graduadas ao trabalho com polinômios multilineares. No caso em que  $F$  é um corpo infinito de característica qualquer, lidaremos com o artigo de Azevedo, precisando nos concentrar nos polinômios multi-homogêneos, o que torna o problema mais difícil, e técnicas como as matrizes genéricas são utilizadas.

# Abstract

Let  $F$  be a field and denote by  $\mathbb{Z}_n$  the group of integers modulo  $n$ . In this dissertation, we will study a description of a finite basis for the  $\mathbb{Z}_n$ -graded polynomial identities of the matrix algebra of order  $n$  over  $F$ , when  $n \geq 2$ . Different methods are employed according to the characteristic of the field. If the characteristic of  $F$  is zero, we will study the paper of Vasilovsky, in which one of the main strategies is to reduce the study of the  $\mathbb{Z}_n$ -graded polynomial identities to work with multilinear polynomials. In the case where  $F$  is an infinite field of any characteristic, we will use the paper of Azevedo, focusing on the study of the multihomogeneous polynomials. This fact makes the problem more difficult, and techniques such as generic matrices are employed.





# Sumário

Agradecimentos	i
Resumo	iii
Abstract	iv
Introdução	1
<b>1 PI-álgebras</b>	<b>7</b>
1.1 Álgebras . . . . .	7
1.2 Identidades polinomiais . . . . .	13
1.3 Polinômios multilineares e multi-homogêneos . . . . .	16
<b>2 <math>G</math>-gradações e identidades <math>G</math>-graduadas</b>	<b>22</b>
2.1 $G$ -gradações . . . . .	22
2.2 Identidades $G$ -graduadas . . . . .	26
<b>3 Matrizes genéricas</b>	<b>30</b>
3.1 Caso ordinário . . . . .	30
3.2 Caso graduado . . . . .	32
<b>4 Identidades <math>\mathbb{Z}_n</math>-graduadas de <math>M_n(F)</math></b>	<b>38</b>
4.1 Característica de $F$ igual a Zero . . . . .	40
4.2 $F$ é um Corpo Infinito . . . . .	49
<b>Considerações Finais</b>	<b>64</b>



## Gracias por visitar este Libro Electrónico

Puedes leer la versión completa de este libro electrónico en diferentes formatos:

- HTML(Gratis / Disponible a todos los usuarios)
- PDF / TXT(Disponible a miembros V.I.P. Los miembros con una membresía básica pueden acceder hasta 5 libros electrónicos en formato PDF/TXT durante el mes.)
- Epub y Mobipocket (Exclusivos para miembros V.I.P.)

Para descargar este libro completo, tan solo seleccione el formato deseado, abajo:

