

Métodos Sem Malha e Método dos Elementos Finitos Generalizados em Análise Não-Linear de Estruturas

Felício Bruzzi Barros

Tese apresentada à Escola de Engenharia de
São Carlos da Universidade de São Paulo,
como parte dos requisitos para a obtenção do
título de Doutor em Engenharia de Estruturas.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Sergio Persival Baroncini Proença

São Carlos

2002

À minha família: Dora, pais e irmão.

Agradecimentos

Ao Prof. Sergio Persival Baroncini Proença pela orientação precisa e competente, pelo tempo dedicado e amizade concedida. Por compreender as particularidades de minhas viagens e se preocupar com algo mais do que apenas o doutorado.

Ao Prof. Clovis Sperb de Barcellos pela paciência e disponibilidade guiando-me pelo “matematiquês” da formulação do Método dos Elementos Finitos.

Aos funcionários do Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos e, especialmente, à Maria Nadir Minatel pela relação cordial e simpatia nos auxílios prestados.

Àqueles que conheci e que foram mais do que simplesmente colegas de curso. Agradeço, de modo particular, às minhas colegas de sala, Cristina, Maria Cristina e Ana Rita pela amizade sincera e companheirismo, concedendo um significado especial aos anos dedicados ao doutorado.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Aos meus Pais pelo apoio integral, fonte inesgotável de incentivos e conselhos, viabilizadores das idas e vindas Minas-São Paulo. Ao meu irmão, Paulo José, pela amizade enriquecida à distância e a mão estendida em qualquer ocasião.

À Dora pelo tempo de namoro e casamento ainda que intermitente, pelos telefonemas, visitas e sonhos compartilhados. Pela espera conduzida com muito amor e delicadeza.

A Deus por enriquecer minha vida com tantas pessoas e possibilidades. Por tudo que tenho a agradecer, entre vitórias e fracassos.

Resumo

BARROS, F. B. (2002). *Métodos Sem Malha e Método dos Elementos Finitos Generalizados em Análise Não-Linear de Estruturas*. São Carlos. 222p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

O Método dos Elementos Finitos Generalizados, MEFG, compartilha importantes características dos métodos sem malha. As funções de aproximação do MEFG, atreladas aos pontos nodais, são enriquecidas de modo análogo ao refinamento p realizado no Método das Nuvens hp . Por outro lado, por empregar uma malha de elementos para construir as funções partição da unidade, ele também pode ser entendido como uma forma não convencional do Método dos Elementos Finitos. Neste trabalho, ambas as interpretações são consideradas. Os métodos sem malha, particularmente o Método de Galerkin Livre de Elementos e o Método das Nuvens hp , são introduzidos com o propósito de estabelecer os conceitos fundamentais para a descrição do MEFG. Na seqüência, apresentam-se aplicações numéricas em análise linear e evidenciam-se características que tornam o MEFG interessante para a simulação da propagação de descontinuidades. Após discutir os modelos de dano adotados para representar o comportamento não-linear do material, são introduzidos exemplos de aplicação, inicialmente do Método das Nuvens hp e depois do MEFG, na análise de estruturas de concreto. Os resultados obtidos servem de argumento para a implementação de um procedimento p -adaptativo, particularmente com o MEFG. Propõe-se, então a adaptação do Método dos Resíduos em Elementos Equilibrados à formulação do MEFG. Com vistas ao seu emprego em problemas não-lineares, algumas modificações são introduzidas à formulação do estimador. Mostra-se que a medida obtida para representar o erro, apesar de fundamentada em diversas hipóteses nem sempre possíveis de serem satisfeitas, ainda assim viabiliza a análise não-linear p -adaptativa. Ao final, são enumeradas propostas para a aplicação do MEFG em problemas caracterizados pela propagação de defeitos.

Palavras-chave: Método dos Elementos Finitos; Métodos sem Malha; Análise não-linear; Mecânica do Dano; Estimador de Erro; Adaptatividade.

Abstract

BARROS, F. B. (2002). *Meshless Methods and Generalized Finite Element Method in Structural Nonlinear Analysis*. São Carlos. 222p. Thesis (Doctoral) - São Carlos School of Engineering, University of São Paulo.

The Generalized Finite Element Method, GFEM, shares several features with the so called meshless methods. The approximation functions used in the GFEM are associated with nodal points like in meshless methods. In addition, the enrichment of the approximation spaces can be done in the same fashion as in the meshless *hp*-Cloud method. On the other hand, the partition of unity used in the GFEM is provided by Lagrangian finite element shape functions. Therefore, this method can also be understood as a variation of the Finite Element Method. Indeed, both interpretations of the GFEM are valid and give unique insights into the method. The meshless character of the GFEM justified the investigation of meshless methods in this work. Among them, the Element Free Galerkin Method and the *hp*-Cloud Method are described aiming to introduce key concepts of the GFEM formulation. Following that, several linear problems are solved using these three methods. Such linear analysis demonstrates several features of the GFEM and its suitability to simulate propagating discontinuities. Next, damage models employed to model the nonlinear behavior of concrete structures are discussed and numerical analysis using the *hp*-Cloud Method and the GFEM are presented. The results motivate the implementation of a *p*-adaptive procedure tailored to the GFEM. The technique adopted is the Equilibrated Element Residual Method. The estimator is modified to take into account nonlinear peculiarities of the problems considered. The hypotheses assumed in the definition of the error measure are sometimes violated. Nonetheless, it is shown that the proposed error indicator is effective for the class of *p*-adaptive nonlinear analysis investigated. Finally, several suggestions are enumerated considering future applications of the GFEM, specially for the simulation of damage and crack propagation.

Keywords: Finite Element Method; Meshless Method; Nonlinear Analysis; Damage Mechanics; Error Estimator; Adaptivity.

Sumário

| | |
|--|-------------|
| Lista de Figuras | iv |
| Lista de Tabelas | vii |
| Lista de Símbolos | viii |
| 1 Introdução | 1 |
| 1.1 Considerações Iniciais | 1 |
| 1.1.1 Quanto aos Métodos Numéricos: Sem Malha e dos Elementos Finitos Generalizados | 2 |
| 1.1.2 Quanto à Mecânica dos Materiais | 5 |
| 1.2 Organização do Texto | 6 |
| 2 Fundamentos dos Métodos Numéricos | 8 |
| 2.1 Método dos Mínimos Quadrados Móveis (MMQM) | 9 |
| 2.2 Famílias de Funções do Método das Nuvens $hp(\mathcal{S}_N^{k,p})$ | 12 |
| 2.3 Formulação de Galerkin para Problemas de Valor de Contorno e Emprego dos Métodos Sem Malha | 14 |
| 2.4 Integração Numérica | 16 |
| 2.5 Método dos Elementos Finitos Generalizados | 18 |
| 2.5.1 A Formulação | 19 |
| 3 Experimentos Numéricos em Análise Linear | 23 |
| 3.1 Métodos Sem Malha Aplicados no Estudo da Associação Contínua de Painéis Parede e Pórtico | 24 |
| 3.1.1 Análise numérica | 27 |
| 3.2 Problemas de Elasticidade Linear Estática - Análise Bi-Dimensional pelo MEFM | 32 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 3.2.1 | Efeito da Distorção da Malha de Elementos | 36 |
| 3.2.2 | Chapa com Orifício | 41 |
| 3.2.3 | Cisalhamento de uma Chapa | 44 |
| 3.2.4 | Chapa em L | 47 |
| 3.2.5 | Considerações Complementares | 52 |
| 4 | Modelo Constitutivo | 54 |
| 4.1 | Conceitos da Mecânica do Dano Contínuo | 55 |
| 4.2 | Modelo de Mazars | 56 |
| 4.3 | Modelo de La Borderie | 59 |
| 4.4 | Abordagem Não-Local | 61 |
| 5 | Experimentos Numéricos em Análise Não-Linear | 65 |
| 5.1 | Viga em Concreto Armado | 66 |
| 5.2 | Análise pelo Método das Nuvens <i>hp</i> | 67 |
| 5.2.1 | Problema Não-Linear | 70 |
| 5.2.2 | Integração Numérica na Seção Transversal | 71 |
| 5.2.3 | Análise Numérica | 73 |
| 5.3 | Análise Bi-dimensional com do MEFG | 76 |
| 5.3.1 | Análise Numérica | 77 |
| 5.4 | Chapa de Concreto Tractionada | 83 |
| 6 | Estimador de Erro | 88 |
| 6.1 | Conceitos e Definições para o Estudo de Erro | 89 |
| 6.2 | Estimadores de Erro e Adaptatividade | 92 |
| 6.2.1 | Estimadores de Erro no MEF | 94 |
| 6.2.2 | Estimadores de Erro no MEFG | 97 |
| 6.2.3 | Estimador de erro no MEFG - Escolha e Justificativa | 98 |
| 6.3 | Método dos Resíduos em Elementos | 99 |
| 6.4 | Equilíbrio dos Resíduos | 106 |
| 6.4.1 | Estratégia de Equilíbrio de Ladevèze & Maunder | 107 |
| 6.4.2 | Algoritmo Adaptativo | 113 |
| 6.5 | Exemplos Numéricos | 117 |
| 6.5.1 | Viga Engastada | 117 |
| 6.5.2 | Chapa com Orifício | 122 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 6.6 | Medida de Erro em Análise Não-Linear | 126 |
| 6.6.1 | Estratégia de Estimativa do Erro | 127 |
| 6.6.2 | Algoritmo Adaptativo | 133 |
| 6.6.3 | Considerações sobre a Transferência das Variáveis | 136 |
| 6.7 | Exemplo Numérico | 139 |
| 6.7.1 | Chapa de Concreto Comprimida | 141 |
| 6.7.2 | Chapa com Entalhe | 145 |
| 7 | Considerações Finais | 152 |
| 7.1 | Síntese e Conclusões | 152 |
| 7.2 | Dano e Fratura | 154 |
| 7.3 | Outras Propostas de Futuros Desenvolvimentos | 158 |
| | Referências Bibliográficas | 161 |
| A | Formulação Tangente para o Modelo de Mazars | 1 |
| B | Partição da Unidade | 4 |
| C | Solução do Sistema de Equações no MEEG | 6 |
| D | Espaço de Aproximação Polinomial | 10 |
| E | Discussão Sobre o Erro <i>A Priori</i> | 11 |
| F | Detalhes da Implementação do MEEG | 13 |
| F.1 | Convergência no Método de Newton-Raphson | 13 |
| F.2 | Consideração da armadura | 15 |
| G | Interpretação do Estimador do MRE | 16 |
| H | Equilíbrio do Vetor de Forças Generalizadas | 18 |
| I | Transferência de Valores Associados aos Pontos de Gauss | 21 |
| J | Solução na Vizinhança de Trinca em Elasticidade Bi-Dimensional | 23 |

Lista de Figuras

| | | |
|------|--|----|
| 2.1 | Método dos Mínimos Quadrados Móveis | 9 |
| 2.2 | Representação das nuvens em \mathbb{R}^2 | 10 |
| 2.3 | Setores da função de forma ϕ_j - parâmetros empregados: $m = 3$, $R_j = 1,6h$, $h \rightarrow$ distância entre os nós - Observar que ϕ_j verifica a condição do δ_{ji} para o caso ilustrado em que $m = n$, o que nem sempre é verdadeiro. | 17 |
| 2.4 | Partição da Unidade a partir dos elementos finitos em \mathbb{R}^1 | 19 |
| 2.5 | Esquema de enriquecimento da Partição da Unidade | 20 |
| 3.1 | Associação parede-pórtico | 24 |
| 3.2 | Discretização da associação parede e pórtico | 27 |
| 3.3 | Influência da rigidez relativa K_r | 31 |
| 3.4 | Geometria das estruturas propostas - sem unidades | 36 |
| 3.5 | Discretizações propostas | 38 |
| 3.6 | Chapa com orifício | 43 |
| 3.7 | Gráficos comparativos MEF x MEFG | 45 |
| 3.8 | Estudo quanto ao travamento de Poisson | 46 |
| 3.9 | Análise quanto ao travamento de Poisson | 46 |
| 3.10 | Chapa em L - geometria e malhas utilizadas nas seqüências de refina- mento consideradas | 48 |
| 3.11 | Análises para diversos tipos de refinamento | 51 |
| 4.1 | Elemento de volume representativo | 55 |
| 4.2 | Relação constitutiva | 57 |
| 4.3 | Representação das diferenças entre análise local e não-local. Curvas de força F e deslocamento no meio do vão u , com a respectiva distri- buição de dano | 62 |

| | | |
|------|--|-----|
| 4.4 | Análise não-local em estrutura com simetria | 64 |
| 5.1 | Viga em concreto armado - geometria e armação - medidas em cm | 66 |
| 5.2 | Abordagem uni-axial | 67 |
| 5.3 | Sistema de estratos | 72 |
| 5.4 | Análises estáticas - resultados experimentais de ÁLVARES (1993) | 74 |
| 5.5 | Análises dinâmicas | 75 |
| 5.6 | Condições de contorno e malha de elementos adotadas | 77 |
| 5.7 | Curvas de $\sigma \times \varepsilon$ variando-se A_T | 80 |
| 5.8 | Análise estática | 81 |
| 5.9 | Mapa da distribuição do dano | 82 |
| 5.10 | Chapa de concreto - geometria e condições de contorno - medidas em mm | 84 |
| 5.11 | Malhas utilizadas para a análise - medidas em mm | 85 |
| 5.12 | Mapa da distribuição do dano | 86 |
| 5.13 | Superfície representativa do dano | 87 |
| 6.1 | Decomposição de $\hat{\Theta}_j^{\mathcal{K}} = a\hat{\Theta}_j^{\mathcal{K}} + b\hat{\Theta}_j^{\mathcal{K}}$ | 110 |
| 6.2 | Processo de balanceamento das forças $\hat{\Theta}_j^{\mathcal{K}}$ respeitando-se o equilíbrio nodal | 111 |
| 6.3 | Malha formada por 10 elementos regulares quadrangulares | 117 |
| 6.4 | Índices locais de efetividade da malha da Figura 6.3, para cada elemento | 119 |
| 6.5 | Índice de efetividade de MRE_2 para uma seqüência de 3 malhas aninhadas | 121 |
| 6.6 | Índices locais de efetividade - Malha de elementos distorcidos | 122 |
| 6.7 | Malha de elementos adotada | 123 |
| 6.8 | Índices locais de efetividade - malha com aproximação linear | 123 |
| 6.9 | Erro relativo para as iterações dos refinamentos adaptativos | 125 |
| 6.10 | Resultado final do refinamento p -adaptativo, MRE_{p+1} | 125 |
| 6.11 | Interpretação geométrica para a estimativa do erro no caso uni-axial | 129 |
| 6.12 | Chapa de concreto - geometria e condições de contorno - medidas em mm | 141 |
| 6.13 | Relação uni-axial tensão \times deformação | 142 |
| 6.14 | Malhas utilizadas - medidas em mm | 143 |
| 6.15 | Resposta global da estrutura | 144 |

Gracias por visitar este Libro Electrónico

Puedes leer la versión completa de este libro electrónico en diferentes formatos:

- HTML(Gratis / Disponible a todos los usuarios)
- PDF / TXT(Disponible a miembros V.I.P. Los miembros con una membresía básica pueden acceder hasta 5 libros electrónicos en formato PDF/TXT durante el mes.)
- Epub y Mobipocket (Exclusivos para miembros V.I.P.)

Para descargar este libro completo, tan solo seleccione el formato deseado, abajo:

