

Luccas Cassimiro Campos

Modelagem do escoamento de fluidos em meios
porosos utilizando a estrutura de dados *Autonomous
Leaves Graph*

Belo Horizonte - MG, Brasil
Dezembro de 2013

Luccas Cassimiro Campos

Modelagem do escoamento de fluidos em meios
porosos utilizando a estrutura de dados *Autonomous
Leaves Graph*

Dissertação apresentada para obtenção do
Grau de Mestre em Matemática pela
Universidade Federal de Minas Gerais

Orientador:

Rodney Josué Biezuner

Co-orientadora:

Denise Burgarelli Duczmal

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Belo Horizonte - MG, Brasil
Dezembro de 2013

Dissertação de Mestrado sob o título “*Modelagem do escoamento de fluidos em meios porosos utilizando a estrutura de dados Autonomous Leaves Graph*”, defendida por Luccas Cassimiro Campos e aprovada em 09/12/2013, em Belo Horizonte, Estado de Minas Gerais, pela banca examinadora constituída pelos professores:

Prof. Rodney Josué Biezuner
Orientador

Prof^a. Denise Burgarelli Duczmal
Co-orientadora

Prof. Ricardo Hiroshi Caldeira Takahashi
Universidade Federal de Minas Gerais

Prof. Eduardo Cardoso de Abreu
Universidade Estadual de Campinas

Agradecimentos

Agradeço aos meus pais e à minha família pelo incentivo incondicional aos meus estudos.

Aos meus orientadores, Rodney e Denise, por acreditarem no meu trabalho e me emprestarem sua experiência durante os últimos anos.

Ao CNPq e à CAPES, pela criação do PICME e pela concessão da bolsa durante o período do mestrado.

À Sylvie por levar adiante o projeto do PICME na UFMG e permitir a realização desse trabalho.

Aos professores e funcionários do Departamento de Matemática, por todo o apoio prestado.

Por fim, agradeço à Universidade Federal de Minas Gerais por ter me acolhido como aluno desde o bacharelado.

*“Foi o tempo que perdeste com
tua rosa que fez tua rosa tão
importante”*

(Antoine de Saint-Exupéry)

Resumo

A simulação do escoamento multicomponente de fluidos em meios porosos requer o tratamento de fenômenos localizados, tais como frentes de concentração e gradientes de pressão, assim como a consideração da geometria do meio. O fato de serem localizados nos sugere a utilização de uma malha adaptativa, altamente refinada nas regiões onde é necessária uma melhor resolução, e pouco refinada onde o fluxo de massa é menor. O presente trabalho tem como objetivo a utilização da metodologia conhecida como Autonomous Leaves Graph (ALG) na simulação do escoamento de fluidos em meios porosos. A estrutura ALG tem se mostrado eficiente em problemas que envolvem refinamento adaptativo da malha, permitindo um refinamento local e a coexistência de regiões vizinhas com níveis de refinamento arbitrariamente diferentes. Utilizaremos o método misto-híbrido de elementos finitos para a solução da Equação Diferencial Parcial elíptica dada pela Lei de Darcy, e o método *donor cell upwind scheme* de volumes finitos para avançar no tempo a concentração do *tracer* (marcador) em cada célula. Aplicamos a técnica de refinamento adaptativo à simulação do escoamento monofásico bicomponente em um meio poroso. São discutidos os resultados numéricos obtidos na simulação do escoamento bidimensional.

Palavras-chave: Escoamento em meios porosos. Refinamento adaptativo da malha (AMR). *Autonomous Leaves Graphs* (ALG). Método Misto-Híbrido. *Donor cell upwind scheme*.

Abstract

Multicomponent flow through porous media simulation involves the treatment of localized phenomena, such as concentration fronts, pressure gradients or geometry of the media. This suggests the use of an adaptive mesh, that is highly refined in the regions on which a better resolution is needed and less refined where the mass flow is small. The present work intends to use the methodology known as Autonomous Leaves Graph (ALG) to simulate fluid flow through porous media. The ALG structure have been showing being efficient on problems that involve adaptive mesh refinement, allowing local refining and the coexistence of neighbor regions with arbitrarily different refinement levels. We use a mixed-hybrid finite element method to solve the elliptic Partial Differential Equation given by Darcy's Law, and the *donor cell upwind scheme* finite volume method to update tracer concentrations within each cell. The adaptive refinement technique is applied to monofasic bicomponent flow through a porous medium and numerical results of the bidimensional flow simulation are discussed.

Keywords: Flow through porous media. Adaptive mesh refinement (AMR). *Autonomous Leaves Graphs* (ALG). Hybrid mixed method. *Donor cell upwind scheme*.

Conteúdo

Lista de Figuras	10
Lista de Tabelas	12
Lista de Símbolos	13
Introdução	13
1 Mecânica dos Fluidos	16
1.1 Viscosidade	16
1.2 Hipótese do contínuo	17
1.3 Meios Porosos	17
1.4 Lei de Darcy	18
1.5 Equação da Continuidade	19
1.6 Fluxo Mássico	19
1.7 Conservação do Volume	20
2 Métodos Numéricos para a resolução de EDPs	21
2.1 O Método de Galerkin	21
2.1.1 Propriedades da aproximação de Galerkin	25
2.2 O Método dos Elementos Finitos (FEM)	26
2.3 O Método dos Volumes Finitos (FVM)	28
2.4 Métodos numéricos para a resolução de Sistemas Lineares	28
2.4.1 O Método do Gradiente Conjugado	28
2.4.2 O Método do Gradiente Biconjugado Estabilizado	32
2.4.3 A fatoração LU incompleta	33
3 Discretização da Lei de Darcy	34
3.1 Formulações do problema elíptico	35
3.2 A formulação mista	36
3.2.1 Existência, unicidade e convergência	37
3.3 A formulação mista-híbrida	44

3.4	A formulação mista-híbrida e o escoamento em meios porosos	47
3.5	Construção do sistema linear	48
3.6	Positividade definida do sistema linear	49
3.7	Implementação numérica do método híbrido-misto	50
4	Discretização das equações convectivo-difusivas	53
4.1	Fluxo convectivo em 1D	54
4.2	Fluxo convectivo em 2D	56
4.3	Fluxo difusivo	59
5	Refinamento Adaptativo da Malha	60
5.1	Malhas Adaptativas	60
5.2	A estrutura de dados <i>Autonomous Leaves Graph</i> (ALG)	62
5.2.1	A estrutura da malha	62
5.3	Refinamento da malha	63
5.4	Desrefino da malha	65
5.5	Ordenação Total da Malha	66
5.6	Refinando e Desrefinando	67
6	Implementação e resultados numéricos	70
6.1	Cálculo do campo de pressões e de velocidades	70
6.1.1	Exemplo Numérico 1	71
6.1.2	Exemplo Numérico 2	71
6.1.3	Exemplo Numérico 3	74
6.2	Transporte de massa e refinamento adaptativo	76
6.2.1	Exemplo Numérico 1	76
6.2.2	Exemplo Numérico 2	78
6.2.3	Exemplo Numérico 3	79
7	Conclusões	81
7.1	Perspectivas	81
7.1.1	Permeabilidade Heterogênea	81
7.1.2	Poços (<i>wells</i>)	82
7.1.3	Escoamento Multifásico	82
7.1.4	Escoamento Tridimensional	83
7.2	Principais Contribuições	83

Lista de Figuras

2.1	Função base. Fonte: GIACCHINI (2012, p. 13) [28]	27
5.1	Malha de 4 células	62
5.2	Definindo os nós de transição	63
5.3	Esquema completo	63
5.4	Esquema não-direcional	64
5.5	Sucessão de refinamentos	64
5.6	Elos de um nó e estrutura básica de refinamento	64
5.7	Refinando a célula noroeste	65
5.8	Mais um nível de refinamento	65
5.9	Sequência de desrefinamento	66
5.10	Exemplo de ordenação pela Curva de Hilbert Modificada	67
6.1	Campo de pressões em diferentes níveis de refinamento	72
6.2	Campo de pressões em diferentes níveis de refinamento	73
6.3	Pressão versus posição x	74

Gracias por visitar este Libro Electrónico

Puedes leer la versión completa de este libro electrónico en diferentes formatos:

- HTML(Gratis / Disponible a todos los usuarios)
- PDF / TXT(Disponible a miembros V.I.P. Los miembros con una membresía básica pueden acceder hasta 5 libros electrónicos en formato PDF/TXT durante el mes.)
- Epub y Mobipocket (Exclusivos para miembros V.I.P.)

Para descargar este libro completo, tan solo seleccione el formato deseado, abajo:

