

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Instituto de Física

Quantização Canônica e Integração Funcional no Modelo Esférico Médio

Paula Fernanda Bienzobaz

Tese apresentada ao Instituto de
Física da Universidade de São Paulo
para a obtenção do título de Doutor
em Ciências.

Orientador:

Prof. Dr. Silvio Roberto de Azevedo Salinas

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Silvio Roberto de Azevedo Salinas - IFUSP

Prof. Dr. Emerson Jose Veloso de Passos - IFUSP

Prof. Dr. Mário José de Oliveira - IFUSP

Prof. Dr. Luiz Roberto Evangelista - UEM

Prof. Dr. Roberto Fernandes Silva Andrade - UFB

São Paulo
2012

Agradecimentos

Ao Prof. Silvio R. A. Salinas pela orientação.

Aos professores e funcionários do departamento de Física Geral da USP que, de alguma forma, contribuíram para a minha formação.

A todos os amigos, minha sincera gratidão.

Aos companheiros de sala Carlos Bistafa, Eduardo do Carmo, Lucas Modesto e William Conti.

Ao Pedro R. S. Gomes pela paciência, estímulo, compreensão, companheirismo e cuidados em todos os momentos.

À minha família.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior pelo apoio financeiro.

Resumo

O modelo esférico desempenha um papel importante na mecânica estatística, pois ele permite a realização de cálculos exatos para estudar o comportamento crítico. Diferentes soluções do modelo esférico têm sido usadas para estudar o comportamento crítico de uma grande variedade de sistemas (com diversos tipos de desordem, com interações competitivas, de curto e de longo alcance, ferro e antiferromagnéticas, além de muitas outras situações). As soluções desses modelos apresentam uma série de anomalias a baixas temperaturas, inclusive resultados que contradizem a terceira lei da termodinâmica. Na década de 70, foi sugerido que esse comportamento anômalo a temperaturas muito baixas seria corrigido pela introdução de flutuações quânticas, que não eram levadas em conta nas soluções clássicas. De fato, a partir da quantização do modelo esférico é possível corrigir esse comportamento. Utilizamos então dois métodos distintos de quantização - quantização canônica e representação em termos de integrais funcionais - para construir versões quânticas do modelo esférico clássico, que podem ser investigadas analiticamente. Mostramos que essas formulações quânticas conduzem aos mesmos resultados. Em particular, analisamos as propriedades termodinâmicas de um “modelo esférico médio” quântico nas seguintes situações: (i) com interações de longo alcance, do tipo campo médio, que deve constituir um dos sistemas mais simples exibindo uma transição de fase quântica; (ii) com interações competitivas, entre primeiros e segundos vizinhos, numa situação em que ocorre um ponto multicrítico de Lifshitz; (iii) na presença de interações de longo alcance, tipo campo médio, e de um campo aleatório com média nula;

(iv) na presença de desordem de sítios, como nos modelos de van Hemmen para um vidro de spin ou de Hopfield para uma rede neural com poucos padrões. Em todos esses casos há correção do comportamento anômalo a baixas temperaturas. Obtemos diagramas de fases e estudamos em cada caso a natureza das fases ordenadas.

Abstract

The spherical model plays an important role in statistical mechanics, since it is amenable to exact calculations to investigate the critical behavior. Solutions of the spherical model have been used to investigate the critical behavior of a large variety of systems (with different types of disorder, with competing interactions, of short and long range, of ferro and anti-ferromagnetic nature, and many other situations). Solutions of these model systems display a number of anomalies at low temperatures, which include some violations of the third law of thermodynamics. In the seventies, it has been suggested that this anomalous behavior at very low temperatures would be corrected by the introduction of quantum fluctuations, which were not taken into account by the classical solutions. In fact, the quantization of the spherical model leads to the correction of these effects. We then use two different methods of quantization, canonical quantization and representation in terms of functional integrals, which are still amenable to exact analytical calculations. We show that these quantum formulations lead to the same results. In particular, we analyze the thermodynamic properties of a quantum “mean spherical model” in the following situations: (i) with long-range, mean-field, interactions, which is perhaps the simplest model system that exhibits a quantum phase transition; (ii) with competing interactions between first and second neighbors, in which case there should be a Lifshitz multicritical point; (iii) in the presence of long-range interactions and of a random field of zero mean value; (iv) in the presence of disorder, such as the van Hemmen model for a spin glass or the Hopfield model for a neural network with just a few

patterns. In all of these cases the anomalous behavior is corrected at low temperatures. We obtain a number of phase diagrams, and discuss the nature of the ordered phases.

Sumário

Introdução	10
1 Modelo Esférico Quântico Elementar	19
1.1 Modelo Esférico Médio na Versão de Curie-Weiss	19
1.1.1 Representação de Fourier para o Modelo Esférico Médio	22
1.1.2 Considerações sobre o Modelo Esférico no Ensemble Canônico	24
1.1.3 Comportamento Crítico	26
1.2 Modelo Esférico Quântico Elementar	29
1.2.1 Quantização Canônica	29
1.2.2 Comportamento Crítico	34
2 Integral de Trajetória e Aplicações	39
2.1 Discussões Gerais	39
2.2 Aplicações	44
2.2.1 Partícula Livre	45
2.2.2 Oscilador Harmônico	46
2.3 Conexão com a Mecânica Estatística	52
2.4 Modelo Esférico Quântico Elementar	54
3 Modelo Esférico Elementar na Presença de um Campo Aleatório	63
3.1 Modelo Esférico Médio na Versão de Curie-Weiss	63

3.2	Modelo Esférico Quântico Elementar	65
3.2.1	Quantização Canônica	65
3.2.2	Integrais de Trajetória	68
4	Modelo Esférico Quântico com Competição	73
4.1	Quantização Canônica	74
4.2	Comportamento Crítico	79
4.2.1	Análise de Convergência para $p < 1/4$	81
	$T \neq 0$	81
	$T = 0$	82
4.2.2	Análise de Convergência para $p > 1/4$	83
	$T \neq 0$	84
	$T = 0$	85
4.2.3	Comportamento Crítico com $T \neq 0$	86
	$p < 1/4$	88
	$p > 1/4$	90
4.2.4	Comportamento Crítico com $T = 0$	91
	$p < 1/4$	92
	$p > 1/4$	93
4.2.5	Comportamento Crítico para $p = 1/4$	95
	$T \neq 0$	95
	$T = 0$	98
4.3	Competição em $m \leq d$ direções	100
4.4	Diagramas de Fases	103
4.5	Correlações spin-spin	106
5	Modelo Esférico Quântico com Desordem	109
5.1	Desordem do tipo Hopfield	110

5.1.1	Modelo Clássico	110
5.1.2	Modelo Quântico	116
5.1.3	Comportamento Crítico Quântico	123
5.2	Desordem do tipo van Hemmem	125
5.2.1	Modelo Clássico	125
5.2.2	Modelo Quântico	128
A	Equação de Schrödinger	131
B	Energia de Interação	134
C	Integrais de Trajetória - Modelo com Competição	136
D	Expoente Crítico Dinâmico	139

Introdução

O modelo de Ising, proposto há cerca de noventa anos para explicar a transição ferromagnética, é definido pelo hamiltoniano de spin

$$\mathcal{H} = -J \sum_{(i,j)} \sigma_i \sigma_j - H \sum_{i=1}^N \sigma_i, \quad (1)$$

em que $\sigma_i = \pm 1$ é uma variável de spin no sítio $i = 1, 2, \dots, N$ de uma rede cristalina, H é um campo magnético externo, $J > 0$ é uma energia de interação, e a primeira soma deve ser realizada sobre todos os pares de sítios vizinhos mais próximos na rede. A função canônica de partição associada ao modelo de Ising é dada por

$$Z_N = Z(T, H, N) = \sum_{\{\sigma_i\}} \exp(-\beta \mathcal{H}), \quad (2)$$

em que $\beta = 1/(k_B T)$, k_B é a constante de Boltzmann e T a temperatura absoluta, e a soma deve ser realizada sobre todas as configurações das variáveis de spin. As propriedades termodinâmicas são obtidas a partir do cálculo da energia livre por sítio,

$$g = g(T, H) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{\beta N} \ln Z_N \right). \quad (3)$$

Em uma dimensão, ao longo de uma cadeia de sítios, esse problema foi resolvido exatamente por Ernst Ising, na sua tese de doutoramento, defendida em 1924 [1, 2]. Nesse

Gracias por visitar este Libro Electrónico

Puedes leer la versión completa de este libro electrónico en diferentes formatos:

- HTML(Gratis / Disponible a todos los usuarios)
- PDF / TXT(Disponible a miembros V.I.P. Los miembros con una membresía básica pueden acceder hasta 5 libros electrónicos en formato PDF/TXT durante el mes.)
- Epub y Mobipocket (Exclusivos para miembros V.I.P.)

Para descargar este libro completo, tan solo seleccione el formato deseado, abajo:

